

Rechnen mit Bruchtermen

Definition: Ein Bruchterm ist ein Bruch, bei dem im Nenner eine Variable enthalten ist.

1. Kürzen von Bruchtermen

Merke: Zähler und Nenner müssen als Produkt vorliegen. Es dürfen nur gleiche Faktoren gekürzt werden.

Beispiele: a) $\frac{9x^2}{15x^4} = \frac{3 \cdot 3 \cdot x^2}{3 \cdot 5 \cdot x^2 \cdot x^2} = \frac{3}{5x^2}$

b) $\frac{4x-2x^3}{2x} = \frac{2x \cdot (2-x^2)}{2x} = \frac{2-x^2}{1} = 2-x^2$

2. Multiplikation und Division von Bruchtermen

Merke: Bruchterme werden

- **multipliziert**, indem man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner multipliziert.
- **dividiert**, in dem man den ersten Bruchterm mit dem Kehrbuch des zweiten Bruchterms multipliziert.

Beispiele: a) $\frac{2}{x^2} \cdot \frac{3x}{2} = \frac{2 \cdot 3x}{x^2 \cdot 2} = \frac{3}{x}$

b) $\frac{x-3}{3} : \frac{x^2-9}{3} = \frac{x-3}{3} \cdot \frac{3}{x^2-9} = \frac{(x-3) \cdot 3}{3 \cdot (x^2-9)} = \frac{(x-3)}{(x-3) \cdot (x+3)} = \frac{1}{x+3}$

3. Addition und Subtraktion von Bruchtermen

Merke: Bruchterme werden addiert bzw. subtrahiert, indem man sie auf den kleinsten gemeinsamen Nenner (Hauptnenner) erweitert und die so entstandenen Zähler addiert bzw. subtrahiert, wobei man den gemeinsamen Nenner beibehält.

Beispiele: a) $\frac{x+2}{x+3} + \frac{x-2}{x+3} = \frac{(x+2)+(x-2)}{x+3} = \frac{2x}{x+3}$

b) $\frac{3x-1}{2x-4} - \frac{3-x}{x-2} = \frac{3x-1}{2(x-2)} - \frac{3-x}{x-2} = \frac{3x-1}{2(x-2)} - \frac{(3-x) \cdot 2}{(x-2) \cdot 2}$

$$\frac{3x-1-(6-2x)}{2(x-2)} = \frac{5x-7}{2(x-2)}$$

Übungsaufgaben zu Bruchtermen:

zu 1) Kürzen

a) $\frac{8x^2}{12x}$

b) $\frac{2a}{6ab}$

c) $\frac{4a^2+10a}{8a}$

d) $\frac{25y^2-25x^2}{5x-5y}$

e) $\frac{x^2+2x+1}{10x+10}$

f) $\frac{36z^2-16t^2}{6z+4t}$

g) $\frac{4a^2-100b^2}{3a^2-30ab+75b^2}$

zu 2) Multiplikation und Division

a) $\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5}$

b) $\frac{3x}{4x^3} \cdot \frac{16x^2}{9x}$

c) $\frac{6x}{3} : \frac{18}{9}$

d) $\frac{4a^2}{10b} \cdot \frac{3b^2}{9c} \cdot \frac{2c^2}{8a}$

e) $4yz \cdot \left(\frac{-5y^2}{2z} \right)$

f) $\left(\frac{4a^2}{10b} : \frac{3b^2}{9c} \right) : \frac{2c^2}{8a}$

g) $\left(-\frac{25z^3a}{12b^2} \right) \cdot \left(-\frac{36ab}{75z} \right)$

h) $\frac{\frac{xy}{x-y}}{4x^2-4y^2} \cdot \frac{3x+3y}{3x+3y}$

i) $\frac{4s-2t}{27t^2-9t} : \frac{2t-4s}{9t-3}$

zu 3) Addition und Subtraktion

a) $\frac{5x}{2} + \frac{2y}{3}$

b) $\frac{4}{x^2} + \frac{22x}{18} - \frac{10x^2}{6x}$

c) $\frac{2s+2t}{x} - \frac{s+t}{y}$

d) $\frac{2a^2+2ab+2b^2}{a+b} - \frac{2a+2b}{a-b}$

e) $\frac{2a^2+5ab}{4a+4} + \frac{4b^2-2ab}{8a+8}$

f) $\frac{x}{x - \frac{x}{1 + \frac{1}{x}}}$

Lösungen

1) Kürzen

a) $\frac{2x}{3}$

b) $\frac{1}{3b}$

c) $\frac{a+5}{2}$

d) $-5(x+y)$

e) $\frac{x+1}{10}$

f) $6z+4t$

g) $\frac{4(a+5b)}{3(a-5b)}$

2) Multiplikation und Division

a) 1

b) $\frac{4}{3}$

c) 1

d) $\frac{abc}{30}$

e) $-10y^3$

f) $\frac{24a^3}{5b^3c}$

g) $\frac{a^2z^2}{b}$

h) $\frac{4xy}{3}$

i) $-\frac{1}{3t}$

3) Addition und Subtraktion

a) $\frac{9x+4y}{6}$

b) $\frac{36-4x^3}{9x^2}$

c) $\frac{(s+t)(2y-x)}{xy}$

d) 1

e) $\frac{(a+b)^2}{2(a+1)}$

f) $x+1$