

Rechtwinkliges Dreieck

Die dem rechten Winkel gegenüberliegende Seite heißt *Hypothense*, die beiden anderen Seiten heißen *Katheten*.

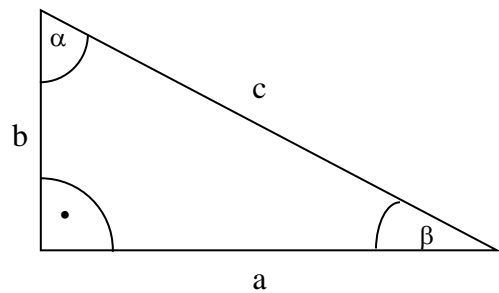
Außerdem gilt: $\alpha + \beta = 90^\circ$

Satz des Pythagoras:

In allen rechtwinkligen Dreiecken ist die Summe der Quadrate der Kathetenlängen gleich dem Quadrat der Hypothenusenlänge.

Kurz:

$$a^2 + b^2 = c^2$$



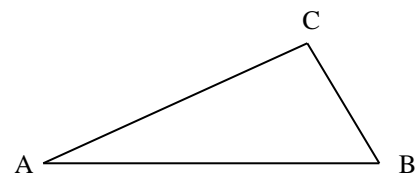
Anwendung des Satzes von Pythagoras:

- a) Berechnung der Länge einer Dreiecksseite im rechtwinkligen Dreieck, wenn die Längen zweier Seiten gegeben sind.

Beispiel: In einem rechtwinkligen Dreieck beträgt die Länge der Hypothense 13 cm und die Länge einer Kathete 5 cm. Berechnen Sie die Länge der anderen Kathete.

Lösung: $c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow a^2 = c^2 - b^2$; $a^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$; $a = \sqrt{144} = 12$

Antwort: Die Länge der zweiten Kathete ist 12 cm.



- b) Berechnung der Höhe eines gleichseitigen Dreiecks der Seitenlänge a

Vorüberlegung: Im gleichseitigen Dreieck halbiert die Höhe h die Grundseite a rechtwinklig. Nach dem Satz des Pythagoras gilt also:

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2 = a^2 \quad \text{Auflösen nach h}$$

$$h^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \text{rechte Seite vereinfachen}$$

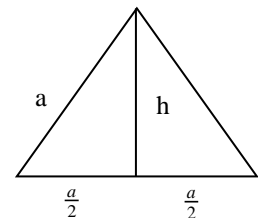
$$h^2 = \frac{3}{4}a^2 \quad \text{Wurzel ziehen}$$

$$h = \frac{a}{2}\sqrt{3}$$

Daraus folgt für die Fläche eines gleichseitigen Dreiecks:

(Zur Erinnerung: *Dreiecksfläche* = $\frac{1}{2} \cdot \text{Grundseite} \cdot \text{Höhe}$ bzw. $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$)

$$A = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{a^2}{4} \sqrt{3}$$



Weitere wichtige Formeln zur Flächengeometrie:

A: Flächeninhalt

U: Umfang

Rechteck (Seitenlängen a und b):

$$A = a \cdot b$$

$$U = 2 \cdot (a + b)$$

Kreis (Radius r):

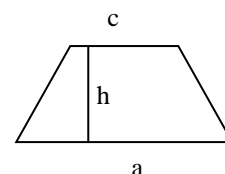
$$A = r^2 \cdot \pi$$

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi$$

($\pi \approx 3,14$)

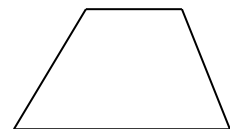
Trapez:

$$A = \frac{a+c}{2} \cdot h$$

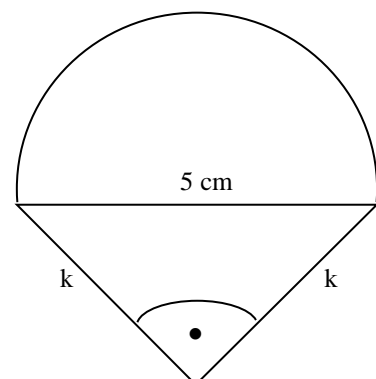


Weitere Aufgaben:

- 1) In einem rechtwinkligen Dreieck sind die Katheten 15 cm und 10 cm lang. Berechnen Sie die Länge der Hypotenuse und den Flächeninhalt des Dreiecks.
- 2) Berechnen Sie die Seitenlängen eines Quadrats, dessen Diagonale 32 cm lang ist.
- 3) In einem Parallelogramm haben zwei Seiten die Längen 20 cm und 21 cm. Untersuchen Sie rechnerisch, für welche der folgenden Diagonalenlänge das Parallelogramm ein Rechteck ist: 28 cm, 29 cm oder 30 cm.
- 4) In einem kartesischen Koordinatensystem ist der Punkt $P(5/4)$ gegeben. Berechnen Sie seinen Abstand vom Koordinatenursprung.
- 5) In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(1/3)$ und $B(13/8)$ gegeben. Bestimmen Sie zeichnerisch und rechnerisch die Entfernung der Punkte A und B.
- 6) Berechnen Sie die Länge der Diagonale eines Rechtecks mit den gegebenen Maßen:
 - a) Seitenlängen $a = 6$ cm und $b = 4$ cm.
 - b) Umfang $u = 27$ cm und Seitenlänge $a = 9$ cm.
 - c) Flächeninhalt $A = 50$ cm² und Seitenlänge $b = 10$ cm.
- 7) Ein Flugzeug fliegt vom Start- bis zum Zielpunkt zuerst 8 km nach Norden, dann 3 km nach Westen und dann wieder 5 km nach Norden. Berechnen Sie die Entfernung von Start- und Zielpunkt.
- 8) Die Spitze einer 8 m langen Leiter lehnt in 7 m Höhe an einer senkrechten Hauswand. In welchem horizontalen Abstand von der Wand steht der Fuß der Leiter.
- 9) Ein Staudamm von 4 m Höhe ist an der Dammkrone 3 m breit und besitzt die Böschungslängen 5 m und 4,5 m. Berechnen Sie die Breite der Dammsohle und die Fläche des Dammquerschnitts.



- 10) Der Querschnitt einer Eistüte besteht aus einem gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreieck der Hypotenusenlänge 5 cm mit aufgesetztem Halbkreis (siehe Skizze). Berechnen Sie die Flächenmaßzahl der Gesamtfigur.



Lösungen:

1) $5\sqrt{13}$ cm	2) $16\sqrt{2}$ cm	3) 29 cm	4) $d = \sqrt{41}$ cm	5) $d = 13$ cm	6a) $2\sqrt{13}$ cm
6b) $\frac{9\sqrt{5}}{2}$ cm	6c) $5\sqrt{5}$ cm	7) $\approx 13,3$ km	8) $\approx 3,87$ m	9) $\approx 8,06$ m	10) $\approx 16,07$ cm ²